

TÓPICOS EN BIFURCACIÓN Y CAOS

Programa Analítico

1.- Caos, fractales y dinámica de sistemas. Introducción e historia. Importancia de la dinámica de sistemas.

2.- Sistemas uni-dimensionales. Punto fijo y estabilidad. Análisis de estabilidad lineal. Existencia y unicidad de soluciones. Bifurcaciones: silla-nodo, transcítica y “pitchfork”. Bifurcaciones imperfectas y catástrofes. Flujo en el círculo. Ejemplos.

3.- Sistemas bidimensionales 1. Clasificación de los sistemas lineales. El retrato de fase como herramienta de análisis. Existencia, unicidad y consecuencias topológicas. Puntos fijos y linealización. Sistemas conservativos y reversibles. Ejemplos físicos y biológicos.

4.- Sistemas bidimensionales 2. Ciclos límites. Teorema de Poincaré-Bendixson. Osciladores de relajación. Bifurcación de Hopf: método de análisis en el dominio frecuencia. Bifurcaciones globales de ciclos: bifurcación de Bogdanov-Takens y bifurcación de Bautin. Ejemplos físicos, eléctricos y químicos. Flujo en un toro. Osciladores acoplados y cuasiperiodicidad. Mapas de Poincaré.

5.- Puntos de quiebre y de bifurcación: aspectos geométrico y algebraico. Métodos de cálculo para puntos de quiebre y de bifurcación de Hopf. Programas disponibles de continuación de soluciones periódicas y bifurcaciones: LOCBIF y XPP-AUTO. Bifurcaciones degeneradas de Hopf, de doble Hopf y “fold”-Hopf (o de Gavrilov-Guckenheimer). Otras bifurcaciones exóticas. Bifurcaciones de ciclos.

6.- Caos. Introducción. Propiedades simples de las ecuaciones de Lorenz. El mapa de Lorenz. Rutas hacia el caos: bifurcación de toro invariante, bifurcaciones de doble período e intermitencia. Atractores de Chen, Chua, Rössler y Sprott. El mapa logístico y el mapa de Hénon. Exponentes de Lyapunov.

7.- Mapas Planares. Introducción. Mapas lineales. Estudio de la estabilidad en cercanías de los puntos fijos. Algoritmos numéricos y mapas. Bifurcaciones de silla-nodo y doble período para mapas. Bifurcación de Poincaré-Andronov-Hopf y su relación con la bifurcación Neimark-Sacker. Mapas que preservan el área.

8.- Tópicos avanzados en teoría de bifurcación y caos. Control de bifurcaciones: cambio de la estabilidad en la bifurcación de Hopf, control paramétrico y control de bifurcaciones degeneradas de Hopf. Control de caos. Ejemplos en medicina e ingeniería eléctrica. Introducción a la estabilidad en sistemas con retardos temporales.

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

[1] Hale, J. & Koçak, H. [1991] *Dynamics and Bifurcations*, Text in Applied Mathematics (TAM 3), Springer-Verlag, Nueva York, Estados Unidos (edición corregida en 1996).

[2] Strogatz, S. H. [1994] *Nonlinear Dynamics and Chaos. With Applications to Physics, Biology, Chemistry and Engineering*, Addison Wesley Publishing Company, Reading, Estados Unidos, (segunda edición por Westview Press, 2014).

BIBLIOGRAFÍA DE CONSULTA GENERAL

- [3] Atlee Jackson, E. [1994] *Perspectives of Nonlinear Dynamics. Vols. 1 y 2*, Cambridge University Press (primera edición [1991]), Reino Unido.
- [4] Devaney R. [1989] *An Introduction to Chaotic Dynamical Systems*, Addison-Wesley Publishing Co. (decimoprimer edición [1998]), Reading, Estados Unidos.
- [5] Glendinning, P. [1994] *Stability, Instability and Chaos: An Introduction to the Theory of Nonlinear Differential Equations*, Cambridge Texts in Applied Mathematics, Cambridge University Press, Reino Unido.
- [6] Nayfeh A. H., & Balachandran B. [1995] *Applied Nonlinear Dynamics. Analytical, Computational and Experimental Methods*, John Wiley & Sons, Nueva York, Estados Unidos.

BIBLIOGRAFÍA DE CONSULTA ESPECÍFICA

- [7] Chen G. (Editor) [1999] *Controlling Chaos and Bifurcations in Engineering Systems*, CRC Press, Boca Raton, Estados Unidos.
- [8] Chen G., Hill D. y Yu X. (Editores) [2003] *Chaos Control – Theory and Applications*, Lecture Notes in Control and Information Sciences, Vol. 292, y *Bifurcation Control – Theory and Applications*, Vol. 293, Springer Verlag, Nueva York, Estados Unidos.
- [9] Drazin, P. G. [1992] *Nonlinear Systems*, Cambridge University Press, Cambridge, Reino Unido.
- [10] Ermentrout B., [2002] *Simulating, Analyzing, and Animating Dynamical Systems: A guide to XPPAUT for Researchers and Students*, Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), primera edición.
- [11] Gentile F. S., Moiola, J.L., y Chen, G., [2019] *Frequency-Domain Approach to Hopf Bifurcation Analysis: Continuous Time-Delayed Systems*, World Scientific Publishing, Series A, Vol. 96, Singapur.
- [12] Guckenheimer, J. & Holmes, P. [1993] *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems and Bifurcations of Vector Fields*, Applied Mathematical Sciences Vol. 42, Springer-Verlag, Nueva York (primera edición [1983]), Estados Unidos.
- [13] Khibnik A.I., Kuznetsov, Y. A., Levitin V.V., Nikolaev E.V. [1993] "Continuation techniques and interactive software for bifurcation analysis of ODEs and iterated maps", *Physica D*, Vol. 62 (1-4), pp. 360-371
- [14] Kuznetsov, Y. A. [2004] *Elements of Applied Bifurcation Theory*, Applied Mathematical Sciences Vol. 112, Springer-Verlag, Nueva York, Estados Unidos, terc. edición (primera edición 1994).
- [15] Mees, A. I. [1981] *Dynamics of Feedback Systems*, Wiley, Chichester, Reino Unido.
- [16] Moiola, J. L. & Chen, G. [1996] *Hopf Bifurcation Analysis: A Frequency Domain Approach*, World Scientific Publishing, series A, Vol. 21, Singapur.
- [17] Seydel, R., [2009], *Practical Bifurcation and Stability Analysis*, Interdisciplinary Applied Mathematics, Vol. 5, Springer-Verlag, Nueva York, tercera edición, Estados Unidos.
- [18] Sprott J. C. [2003] *Chaos and Time-Series Analysis*, Oxford University Press, Oxford, UK.